

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Сахалинский государственный университет»
Кафедра математики

УТВЕРЖДЕН
на заседании кафедры
«20» мая 2025 г., протокол №9
Заведующий кафедрой



Самсикова Н. А.

**ФОНД
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

Б1.О.11 «Математический анализ»

Уровень высшего образования
БАКАЛАВРИАТ

Направления подготовки
09.03.03 Прикладная информатика

Профиль подготовки
Автоматизированные системы обработки информации и управления

Квалификация выпускника
Бакалавр

Форма обучения: очная

г. Южно-Сахалинск
2025 г.

1. Формируемые компетенции и индикаторы их достижения по дисциплине

Код компетенции	Содержание компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
ОПК-1	ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования. ОПК-1.2. Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования. ОПК-1.3. Владеет навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.
ОПК-6	ОПК-6. Способен анализировать и разрабатывать организационно-технические и экономические процессы с применением методов системного анализа и математического моделирования	ОПК-6.1. Знает основы теории систем и системного анализа, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики, методов оптимизации и исследования операций, нечетких вычислений, математического и имитационного моделирования. ОПК-6.2. Умеет применять методы теории систем и системного анализа, математического, статистического и имитационного моделирования для автоматизации задач принятия решений, анализа информационных потоков, расчета экономической эффективности и надежности информационных систем и

2. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине (модулю)

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1.	Введение в математический анализ	ОПК-1, ОПК-6	Задания к практическим работам, контрольные вопросы, контрольная работа, коллоквиум
2.	Дифференциальное исчисление функции одной и нескольких переменных	ОПК-1, ОПК-6	Задания к практическим работам, контрольные вопросы, контрольная работа, коллоквиум
3.	Интегральное исчисление функции одной переменной	ОПК-1, ОПК-6	Задания к практическим работам, контрольные вопросы, контрольная работа, коллоквиум
4.	Промежуточная аттестация (экзамен)	ОПК-1, ОПК-6	Защита проекта

3. Оценочные средства

Тестирование является одним из средств формального контроля качества обучения – методе, основанном на стандартизированных заданиях, которые позволяют оценить знания, умения и навыки испытуемого

Требования к составлению тестового задания

Тесты должны быть построены по методике, обеспечивающей выполнение требований соответствующего федерального государственного образовательного стандарта.

В тестовых заданиях используются четыре типа вопросов:

– **закрытая** форма – является наиболее распространенной и предлагает несколько альтернативных ответов на поставленный вопрос. Тестовое задание, содержащее вопрос в закрытой форме, включает в себя один или несколько правильных ответов.

Закрытая форма вопросов используется также в тестах-задачах с выборочными ответами. В тестовом задании в этом случае сформулированы условие задачи и все необходимые исходные данные, а в ответах представлены несколько вариантов результата решения в числовом или буквенном виде.

Обучающийся должен решить задачу и показать, какой из представленных ответов он получил.

– **открытая** форма – вопрос представляет собой утверждение, которое необходимо дополнить. Данная форма может быть представлена в тестовом задании, например, в виде словесного текста, формулы (уравнения), графика, в которых пропущены существенные составляющие – части слова или буквы, условные обозначения, линии или изображения элементов схемы или графика.

Обучающийся должен по памяти вставить соответствующие элементы в указанные места («пропуски»).

– **установление соответствия** – в данном случае обучающемуся предлагают два списка, между элементами которых следует установить соответствие;

– **установление последовательности** – предполагает необходимость установить правильную последовательность предлагаемого списка слов или фраз.

Примерный тест

ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.

1. Установите соответствие между функцией и ее классификацией (монотонные функции):

1) $f(x) = 5x - 2$;

2) $f(x) = \frac{1}{x}$;

3) $f(x) = -3x + 1$;

4) $f(x) = [x]$.

а) монотонно-возрастающая;

б) кусочно-монотонная;

в) неубывающая;

г) монотонно-убывающая.

Ответ: 1) – а); 2) – б); 3) – г); 4) – в)

2. Какова правильная последовательность действий при вычислении предела $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$?

1) Подставить $x = 2$ и убедиться, что получилась неопределенность $\left(\frac{0}{0}\right)$;

2) Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 2} (x + 2)$;

3) Разложить числитель на множители;

4) Сократить общий множитель $(x - 2)$.

Ответ: 1342

3. Какой функцией является композиция $(f \circ g)(x)$ от возрастающей функции f и убывающей функции g ?

Ответ: убывающей/убывающая

4. Вставьте пропущенное слово:

Объединение ... и иррациональных чисел называются множеством действительных (вещественных) чисел.

Ответ: рациональных/рациональные

5. Выберите все верные утверждения. Обоснуйте ответ:

Для функции $f(x) = \begin{cases} \ln(x+1), & x \leq 0 \\ e^x - 1, & x > 0 \end{cases}$:

1. Точка $x = 0$ – разрыв первого рода с конечным скачком равным 0;
2. Функция непрерывна в точке $x = 0$;
3. Разрыв второго рода в точке $x = 0$;
4. Односторонние пределы в точке $x = 0$ не равны.

Ответ: 2. Пределы слева и справа равны 0. Значение функции в этой точке равно нулю. Функция непрерывна в указанной точке.

6. Установите соответствие между функцией и ее классификацией (четные и нечетные):

- 1) $f(x) = x^4 + 2x^2 + 1$;
- 2) $f(x) = 2^x + x$;
- 3) $f(x) = \sin(x) - x^3$.

- а) общего вида;
- б) нечетная;
- в) четная.

Ответ: 1) – в); 2) – а); 3) – б)

7. Упорядочить последовательности в порядке увеличения значений их пределов:

- 1) $\{a_n\} = \frac{n-3}{2n^2+1}$;
- 2) $\{a_n\} = \frac{3n+2}{4n-1}$;
- 3) $\{a_n\} = \frac{n}{2n}$;
- 4) $\{a_n\} = \frac{n+1}{n}$;

Ответ: 1324

8. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\frac{2}{\sqrt{5-x}} + \frac{3}{x} - 2)$.

Ответ: -2

9. Вставьте пропущенное слово в определение:

Если предел функции в данной точке равен ..., то функция называется бесконечно-малой.

Ответ: нуль/нулю

10. Выберите все верные утверждения. Обоснуйте ответ:

Для функции $f(x) = \operatorname{tg} x$ в точке $x = \frac{\pi}{2}$:

- 1) Разрыв второго рода;
- 2) Разрыв первого рода;
- 3) Устранимый разрыв;
- 4) Точка непрерывности.

Ответ: 1. Левосторонний предел равен плюс бесконечности, правосторонний предел равен минус бесконечности. Оба предела бесконечны.

11. Установите соответствие между функцией и ее классификацией (ограниченные и неограниченные):

- 1) $f(x) = \sin x + 2$;
- 2) $f(x) = x^3$;
- 3) $f(x) = e^x$;
- 4) $f(x) = -|x|$.

- а) неограниченная функция;
- б) ограниченная снизу функция;
- в) ограниченная сверху функция;
- г) ограниченная функция.

Ответ: 1) – г); 2) – а); 3) – б); 4) – в)

12. Установите в порядке возрастания значения для функций в точке $x = 3$:

- 1) $f(x) = x^2 - 4x + 1$;
- 2) $f(x) = 3^x - 2$;
- 3) $f(x) = x^3 - x$;
- 4) $f(x) = \sqrt{x + 6}$.

Ответ: 1432

13. Следствием какого замечательного предела является предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x} = 1$?

Ответ: первого

14. Вставьте пропущенное слово:

Из всякой ограниченной последовательности можно выделить сходящуюся

Ответ: подпоследовательность

15. Выберите графики функций, которые имеют точку разрыва первого рода. Обоснуйте ответ:

- 1) $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 2}$;
- 2) $f(x) = \sqrt{x + 3}$;
- 3) $f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & x \leq 1, \\ x^2 + 1, & x > 1. \end{cases}$

Ответ: 3. Односторонние пределы существуют, но не равны. Левосторонний предел равен 1, правосторонний предел равен 2

16. Установите соответствие между функцией и ее разложением в ряд Маклорена:

- 1) $x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^{n-1}}{n-1} + R_n(x);$
- 2) $1 - \frac{m}{1!}x + \frac{m(m-1)}{2!}x^2 + \dots + \frac{m(m-1)\dots(m-n+1)}{n!}x^n + R_n(x);$
- 3) $1 - x + x^2 - \dots + (-1)^n * x^n + R_n(x);$
- 4) $x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots + R_n(x).$

- а) $f(x) = \frac{1}{1+x};$
- б) $f(x) = \ln(1+x);$
- в) $f(x) = (1+x)^m;$
- г) $f(x) = \sin x.$

Ответ: 1) – б); 2) – в); 3) – а); 4) – г)

17. Упорядочить функции в порядке возрастания значений абсцисс их точек перегиба:

- 1) $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 4;$
- 2) $f(x) = x^5 - x;$
- 3) $f(x) = \frac{x^3}{3} - 3x^2 + 8x;$
- 4) $f(x) = (x+1)^3;$

Ответ: 4213

18. Точкой максимума функции $f(x) = \frac{1}{1+(x-2)^2}$ является точка $x = \dots$

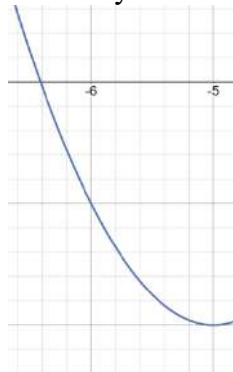
Ответ: 2

19. Вставьте пропущенное слово:

Данная точка называется точкой экстремума, если ... производная меняет свой знак при переходе через некоторую точку $x = x_0$.

Ответ: первая

20. Какие знаки имеют $f(x)$, $f'(x)$, $f''(x)$ на интервале $(-6;-5)$? Выберите правильный вариант и обоснуйте ответ:



- 1) $f(x) > 0, f'(x) > 0, f''(x) > 0;$
- 2) $f(x) > 0, f'(x) > 0, f''(x) < 0;$
- 3) $f(x) < 0, f'(x) < 0, f''(x) > 0;$
- 4) $f(x) < 0, f'(x) > 0, f''(x) < 0.$

Ответ: 3. Функция расположена ниже оси x , поэтому она меньше нуля. На чертеже

функция убывает, поэтому ее первая производная меньше нуля. На чертеже функция вогнута, поэтому ее вторая производная больше нуля.

21. Установите соответствие между функцией и производной:

- 1) $f(x) = \sin x$;
- 2) $f(x) = \arctg x$;
- 3) $f(x) = tg x$;
- 4) $f(x) = a^x$.

- а) $f'(x) = \cos x$;
- б) $f'(x) = a^x * \ln a$
- в) $f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$;
- г) $f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$.

Ответ: 1) – а); 2) – в); 3) – г); 4) – б)

22. Упорядочить функции в порядке возрастания значений их производных первого порядка в точке $x = 3$:

- 1) $f(x) = 4x - 2$;
- 2) $f(x) = 3 \ln 3x$;
- 3) $f(x) = x^4 - 2x^2$;
- 4) $f(x) = \sqrt{x+1}$;

Ответ: 4213

23. Двойной предел $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ y \rightarrow 2}} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + 2x - xy - 2y}$ равен:

Ответ: 1

24. Вставьте пропущенное слово:

Функция является убывающей, если функция имеет на данном промежутке ... первую производную.

Ответ: отрицательную/отрицательная

25. Выберите все верные утверждения. Обоснуйте ответ:

Точками экстремума функции $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 5$ являются:

1. $x = 3$ – точка максимума;
2. $x = 0$ – точка максимума;
3. $x = 1$ – точка максимума;
4. $x = 4$ – точка минимума;
5. $x = 2$ – точка минимума;
6. $x = 0$ – точка минимума.

Ответ: 3, 5.

Находим первую производную и приравниваем ее к нулю. Получаем стационарные точки $x = 1$ и $x = 2$. Исследуем знак производной на каждом полученном интервале и в результате имеем: точка $x = 2$ – точка минимума, $x = 1$ – точка максимума.

26. Установите соответствие между функциями и правилами их дифференцирования:

- 1) $f(x) = xe^x$;
- 2) $f(x) = \frac{3x^2-1}{x-5}$;

3) $f(x) = 9x + 5$.

а) $u' + v'$;

б) $\frac{u'v - uv'}{v^2}$;

в) $u'v + uv'$.

Ответ: 1) – в); 2) – б); 3) – а)

27. Установите правильную последовательность действий при вычислении предела функции с помощью правила Лопиталя для неопределенностей вида $\left(\frac{0}{0}\right)$ или $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$:

- 1) Если неопределённость сохраняется, повторить правило Лопиталя;
- 2) Убедиться, что предел имеет неопределённость вида $\left(\frac{0}{0}\right)$ или $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$;
- 3) Подставить предел в полученное выражение после дифференцирования;
- 4) Найти производные от числителя и знаменателя по отдельности;
- 5) Вычислить предел отношения производных;
- 6) Преобразовать исходный предел к отношению двух функций.

Ответ: 624351

28. Повторный предел $\lim_{y \rightarrow \infty} \lim_{x \rightarrow \infty} \sin \frac{\pi(x+y)}{2x+3y}$ равен...

Ответ: 1

29. Вставьте пропущенное слово:

График функции является вогнутым, если функция имеет на данном промежутке ... вторую производную.

Ответ: положительную/положительная

30. Выберите правильный вариант и обоснуйте ответ. Найти уравнение касательной к линии $2x^2y - y^3 - 7 = 0$ в точке (1; 1).

1. $-\frac{1}{4}x + y + \frac{5}{2} = 0$
2. $-4x + y + 3 = 0$
3. $x + y - 8 = 0$
4. $\frac{1}{2}x + y - \frac{1}{2} = 0$

Ответ: 2. Находим производную от уравнения кривой, равную $y' = -4xy/(2x^2 - 3y^2)$. Подставляем в уравнение касательной и получаем $y - 1 = 4x - 4$. Переносим все в левую часть, получаем $-4x + y + 3 = 0$

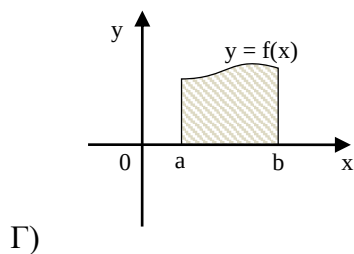
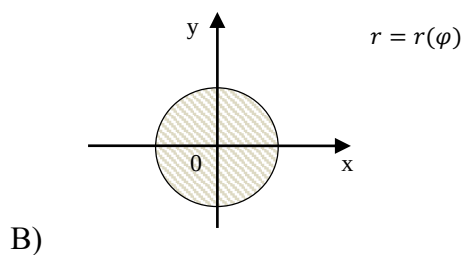
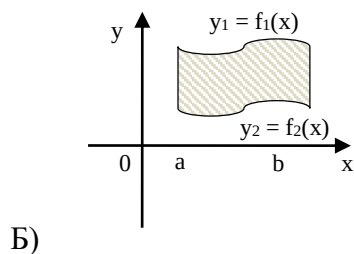
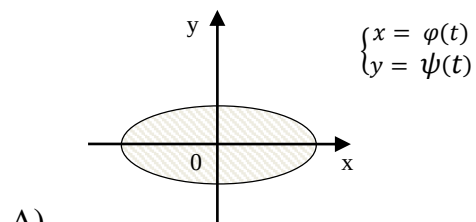
31. Установите соответствие между графиками и формулами для нахождения площади:

1) $S = \int_a^b f(x)dx$

2) $S = \int_a^b [f_2(x) - f_1(x)] dx$

3) $S = \int_\beta^\alpha \psi(t)\varphi'(t)st$

4) $S = \frac{1}{2} \int_\beta^\alpha r^2 d\varphi$



Ответ: 1 - Г; 2 - Б; 3 - А; 4 - В

32. Установите соответствия между интегралами и их решениями

- 1) $\int \frac{dx}{x}$
- 2) $\int \frac{dx}{\cos^2 x}$
- 3) $\int a^x dx$
- 4) $\int x^a dx$
- 5) $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$

- А) $\frac{x^{a+1}}{a+1} + C$
- Б) $\arcsin x + C$
- В) $\operatorname{tg} x + C$
- Г) $\frac{a^x}{\ln a} + C$
- Д) $\ln|x| + C$

Ответ: 1 - Д; 2 - В; 3 - Г, 4 - А, 5 - Б

33. Установите соответствие между типами интегралов и формулами для их нахождения:

- 1) Несобственный интеграл первого рода функции непрерывной на $[a; +\infty]$
- 2) Несобственный интеграл первого рода функции непрерывной на $[-\infty; b]$

3) Несобственный интеграл первого рода функции непрерывной на $[-\infty; +\infty]$

А) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = \lim_{a \rightarrow -\infty} \int_a^c f(x) dx + \lim_{b \rightarrow +\infty} \int_c^b f(x) dx$

Б) $\int_a^{+\infty} f(x) dx = \lim_{b \rightarrow +\infty} \int_a^b f(x) dx$

В) $\int_{-\infty}^b f(x) dx = \lim_{a \rightarrow -\infty} \int_a^b f(x) dx$

Ответ: 1 - Б; 2 - В; 3 - А

34. Правильная рациональная дробь $\frac{1}{x^3+1}$ разлагается следующим образом: $\frac{1}{x^3+1} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2-x+1}$. Указанные ниже коэффициенты постройте в порядке А, В, С:

1) $-\frac{1}{3}$

2) $\frac{1}{3}$

3) $\frac{2}{3}$

Ответ: 213

35. Вычислите определённые интегралы и расставьте их по возрастанию полученных значений:

1) $\int_2^3 3x^2 dx$

2) $\int_1^e \frac{\ln x dx}{x}$

3) $\frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx$

4) $\int_{-1}^2 \frac{x^2+4}{x^2} dx$

Ответ: 4231

36. Приведите основные методы интегрирования неопределённого интеграла:

Ответ: метод непосредственного интегрирования; метод подведения под знак дифференциала; метод замены переменной (метод подстановки); метод интегрирования по частям

37. Укажите, каким методом находится интеграл от правильной рациональной дроби

Ответ: разложение на элементарные дроби

38. Вставьте пропущенное слово:

«Функция $F(x)$, дифференцируемая в любой точке $x \in (a, b)$ и имеющая производную F' , равную $f(x)$, называется _____ функцией для функции $f(x)$ на интервале (a, b) .»

Ответ: первообразной/первообразная

39. Вставьте пропущенное словосочетание:

«Совокупность всех первообразных функций для данной функции $f(x)$ на $(a; b)$ называется

_____ от функции $f(x)$ на этом интервале.»

Ответ: неопределённым интегралом/неопределённый интеграл

40. Вставьте пропущенное слово:

«Суть метода _____ заключается в подборе такой функции $t = \varphi(x)$, чтобы подынтегральная функция преобразовалась в функцию, имеющую первообразную.»

Ответ: подстановки

41. Найдите первообразную $\int \operatorname{tg}^2 x dx$:

Ответ: $\operatorname{tg} x - x + C$

42. Найдите решение определённого интеграла $\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{2}{5}} \frac{dx}{x^2}$

Ответ: $-0,5$

43. Выберите правильный вариант и обоснуйте ответ. Найдите неопределённый интеграл $\int (x^4 + 3x^2 - 2) dx$ и укажите метод решения.

- 1) $\frac{x^5}{5} + x^3 - 2x$
- 2) $x^3 + 6x$
- 3) $\frac{x^5}{5} + x^3 - 2x + C$
- 4) $x^3 + 6x + C$

Ответ: 3; Интеграл от суммы равен сумме интегралов; далее используется формула интегрирования степенной функции $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$.

44. Найдите интеграл $\int x \cos x dx$. Выберите правильный ответ и укажите метод решения. Обоснуйте свой выбор.

- 1) $x \sin x - \cos x + C$
- 2) $\sin x + x \cos x + C$
- 3) $-\sin x + x \cos x + C$
- 4) $x \sin x + \cos x + C$

Ответ: 4; Используем метод интегрирования по частям $\int u dv = uv - \int v du$. Выбираем $u = x$, $dv = \cos x dx$.

45. Найдите интеграл $\int \frac{dx}{\sin x}$. Выберите правильный ответ и укажите метод решения. Обоснуйте свой выбор.

- 1) $-\ln \left| \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right| + C$
- 2) $\ln \left| \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right| + C$
- 3) $\ln |\sin x| + C$
- 4) $-\ln |\sin x| + C$

$$5) \frac{x}{\sin x} + C$$

Ответ: 2; Используем метод универсальной тригонометрической подстановки $t = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$.

Выражаем $\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$, $dx = \frac{2dt}{1+t^2}$.

ОПК-6. Способен анализировать и разрабатывать организационно-технические и экономические процессы с применением методов системного анализа и математического моделирования.

1. Установите соответствие между функцией и ее названием:

1) $f(x) = [x]$;

2) $f(x) = \begin{cases} -1, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$;

3) $f(x) = \begin{cases} 1, & x \in \mathbb{Q}, \\ 0, & x \in \mathbb{I} \end{cases}$;

4) $f(x) = \{x\}$.

а) функция знака (sgn);

б) функция Дирихле;

в) дробная часть числа;

г) функция Антье (целая часть числа).

Ответ: 1) – г); 2) – а); 3) – б); 4) – в)

2. Упорядочить пределы функций в порядке убывания их значений:

1) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sqrt{1-\operatorname{tg} x} - \sqrt{1+\operatorname{tg} x}}{\sin 2x}$;

2) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{\operatorname{arctg}(x+2)}$;

3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x}$;

4) $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 1)$.

Ответ: 4312

3. Основным периодом T_0 функции f равен 5. Если $f(12) = -3$, то значение суммы $f(12) + f(-3)$ равно.

Ответ: -6

4. Вставьте пропущенное слово в определение:

Множество, содержащее все свои ... точки, называется замкнутым.

Ответ: предельные

5. Выберите функцию, область определения которой включает все действительные числа. Обоснуйте ответ:

1. $f(x) = e^{x^2+3}$;

2. $f(x) = \operatorname{tg} x$;

3. $f(x) = \ln(x+1)$;

4. $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$.

Ответ: 1, 4.

В 1 примере выражение в степени положительно при любом x , в 4 – знаменатель не

равен нулю при любом x .

6. Установите соответствие между последовательностью и ее классификацией (монотонные и немонотонные):

- 1) $x_n = n^2$;
- 2) $x_n = \frac{1}{n+1}$;
- 3) $x_n = (-5)^n$.

- а) монотонно-возрастающая;
- б) монотонно-убывающая;
- в) немонотонная.

Ответ: 1) – а); 2) – б); 3) – в)

7. Дана функции $f(x) = \frac{1}{x-4}$, $g(x) = \sqrt{x+2}$. Установите правильную последовательность действий для нахождения композиции $(g \circ f)(x)$ и ее области определения.

- 1) Подставить функцию $f(x)$ в $g(x)$;
- 2) Записать окончательный вид композиции, упростив выражение;
- 3) Найти области определения функции $f(x)$ и $g(x)$;
- 4) Получить область определения композиции, найдя ограничения для $(g \circ f)(x)$.

Ответ: 1234

8. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 - x})$.

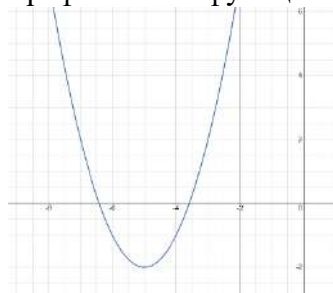
Ответ: 1

9. Вставьте пропущенное слово в определение:

Две бесконечно-малые α и β называются эквивалентными, если предел их отношения равен ...

Ответ: один/одному/единица/единице

10. График какой функции изображен? Обоснуйте ответ:



1. $f(x) = 5x^2 - 2x - 1$;
2. $f(x) = x^2 + 5x - 3$;
3. $f(x) = -5x^2 + 2x - 4$;
4. $f(x) = (x + 5)^2 - 2$.

Ответ: 4. Графиком функции является парабола с ветвями, направленными вверх; ее вершина смещена влево по оси x на 5 и вниз на 2 по оси y .

11. Установите соответствие между пределом и его видом неопределенности:

- 1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x}$;

- 2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - x + 1}{5x^3 + 4}$;
 3) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x} - x)$;
 4) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$.

- а) $(\infty - \infty)$;
 б) $(\frac{\infty}{\infty})$;
 в) $(\frac{0}{0})$;
 г) (1^∞) .

Ответ: 1) – в); 2) – б); 3) – а); 4) – г)

12. Упорядочите значения пределов функции в порядке возрастания их значений при $x \rightarrow 1$.

- 1) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$;
 2) $f(x) = \frac{2x - 2}{x^2 - 1}$;
 3) $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$;
 4) $f(x) = \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x - 1}$.

Ответ: 3421

13. Задана функция $f(x) = \begin{cases} \frac{5}{x^2}, & 0 \leq x < 6 \\ 3x - 2, & 6 \leq x < 7 \\ 8, & 7 \leq x \leq 10. \end{cases}$

Найти значение функции $f(5)$:

Ответ: 0,2

14. Дополните предложение:

Предел в данной точке не существует, если ... пределы существуют, но не равны между собой.

Ответ: односторонние

15. Найдите корни уравнения $||x| + 1| = 1$. Обоснуйте ответ:

- 1) 0;
 2) 2;
 3) {0; 2};
 4) не существует.

Ответ: 1. Приравниваем выражение под модулем к 1 и -1. Решаем уравнения и получаем корень 0.

16. Установите соответствие между функцией и ее первой производной:

- 1) $f(x) = e^{3x^2 + 5x}$;
 2) $f(x) = \ln \sin x$;
 3) $f(x) = (\cos(4x - 1))^3$.

- а) $\operatorname{ctg} x$;

б) $-12(\cos(4x - 1))^2 \sin(4x - 1)$;

в) $(6x + 5)e^{3x^2+5x}$.

Ответ: 1) – в); 2) – а); 3) – б)

17. Установите правильную последовательность действий для исследования функции на наличие точек перегиба:

- 1) Проверить, меняет ли знак вторая производная при переходе через найденные точки;
- 2) Определить точки, в которых вторая производная равна нулю, а также найти точки, где она не существует;
- 3) Найти вторую производную функции;
- 4) Найти значения функции в точках перегиба (если такие есть).

Ответ: 3214

18. Смешанная производная второго порядка функции $f(x, y) = \sin(2x + 5y)$ в точке (0; 0) равна:

Ответ: 0

19. Вставьте пропущенное слово:

Точка, в которой производная функции равна ... или не существует, называется подозрительной на экстремум.

Ответ: нулю/нуль

20. Выберите правильный вариант и обоснуйте ответ. На каких интервалах функция $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 5$ является выпуклой?

- 1) $(-\infty; 2)$ и $(2; +\infty)$;
- 2) $(-\infty; 2)$;
- 3) $(2; +\infty)$;
- 4) На всей числовой прямой.

Ответ: 2. Находим вторую производную, равную $6x-12$. Производная второго порядка меньше нуля, решаем неравенство $6x-12 < 0$ и получаем интервал 2).

21. Установите соответствие между функциями и их промежутками возрастания и убывания:

- 1) $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 5$;
- 2) $f(x) = -x^2 + 6x - 8$;
- 3) $f(x) = \sqrt{x+2}$;
- 4) $f(x) = x^4 - 8x^2$.

- а) Возрастает на $(-\infty; 3)$, убывает на $(3; +\infty)$;
- б) Возрастает на $(-\infty; 1)$ и $(2; +\infty)$, убывает на $(1; 2)$;
- в) Убывает на $(-\infty; -2)$ и $(0; 2)$, возрастает на $(-2; 0)$ и $(2; +\infty)$;
- г) Возрастает на $(-2; +\infty)$.

Ответ: 1) – б); 2) – а); 3) – г); 4) – в)

22. Установите правильную последовательность действий при вычислении производной от данной функции f по определению:

- 1) Вычислить предел $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ при $\Delta x \rightarrow 0$;
- 2) Вычислить соответствующее приращение функции;

3) Составить отношение $\frac{\Delta y}{\Delta x}$;

4) Произвольному значению $x \in A$ дать приращение $\Delta x \neq 0$, такое, что $x + \Delta x \in A$.

Ответ: 4231

23. Ускорение, с которой движется материальная точка прямолинейно по закону $f(t) = t^3 - 2t$ (м) в момент времени $t = 2$ с, равно (в м/с²): _____

Ответ: 12

24. Дополните:

Вторая производная функции $f(x)$ равна нулю, если в точке x_0 перегиба кривой $y = f(x)$ вторая производная существует и ...

Ответ: непрерывна/непрерывная

25. Выберите правильный вариант и обоснуйте ответ. Чему равна смешанная производная второго порядка функции $f(x, y) = 2x^3y - 3xy^4 + x^2y^2$?

1. $6x^2 - 12y^3 + 4xy$;
2. $6x^2y - 3y^4 + 2xy^2$;
3. $6x^2 - 36xy^2 + 2y$;
4. $6x^2 - 36xy^2 + 2x$.

Ответ: 1. Находим производную по переменной x , при этом считая переменную y постоянной: $6x^2y - 3y^4 + 2xy^2$. Дифференцируем её по переменной y , считая переменную x постоянной: $6x^2 - 12y^3 + 4xy$.

26. Установите соответствие между функциями и их точками экстремума:

- 1) $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$;
- 2) $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$;
- 3) $f(x) = e^x(x - 2)$;
- 4) $f(x) = e^{-x}(2 - x)$.

- а) $x = 3$ – точка минимума;
- б) $x = 1$ – точка минимума;
- в) $x = -1$ – точка максимума, $x = 3$ – точка минимума;
- г) $x = 1$ – точка максимума, $x = -1$ – точка минимума.

Ответ: 1) – в); 2) – г); 3) – б); 4) – а)

27. Установите правильную последовательность действий для нахождения уравнения нормали к кривой, заданной неявно, в точке $(x_0; y_0)$:

- 1) Продифференцировать обе части уравнения по x , считая y сложной функцией;
- 2) Выразить y' из уравнения;
- 3) Подставить координаты точки $(x_0; y_0)$ в полученное выражение для производной;
- 4) Записать уравнение нормали, используя найденные значения производной и координаты точки.

Ответ: 1234

28. Значение функции в точке перегиба $f(x) = 4x^3 - 12x^2 + 9x + 5$ равно:

Ответ: 6

29. Дополните предложение:

Функция является возрастающей, если функция имеет на данном промежутке положительную ... производную.

Ответ: первую/первая

30. Выберите правильный вариант и обоснуйте ответ. Укажите все точки, подозрительные на экстремум, для функции $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 4$.

1. $x = 0$;
2. $x = 1$;
3. $x = 2$;
4. $x = 3$.

Ответ: 2, 3. Вычисляем первую производную: $6x^2 - 18x + 12$. Приравниваем к нулю: $6(x^2 - 3x + 2) = 0$. Корни: $x = 1$ и $x = 2$. Эти точки являются стационарными и подозрительными на экстремум.

31. Установите соответствия между интегралами и их решениями

- 1) $\int \sqrt{a^2 - x^2} dx$
- 2) $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$
- 3) $\int \frac{dx}{a^2 - x^2}$
- 4) $\int \frac{dx}{x^2 + a^2}$
- 5) $\int \frac{dx}{x^2 - a^2}$

- А) $\arcsin \frac{x}{a} + C$
Б) $\frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C$
В) $\frac{x}{2} \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2} \arcsin \frac{x}{a} + C$
Г) $\frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$
Д) $\frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x+a}{x-a} \right| + C$

Ответ: 1 - В, 2 - А, 3 - Д, 4 - Г, 5 - Б

32. Дан биномиальный дифференциал $x^m(a + bx^n)^p dx$. Установите соответствие между возможными случаями интегрирования и типами подстановок:

- 1) p - целое число
- 2) $p = \frac{r}{s}$, $\text{НОД}(r, s) = 1$, $\frac{m+1}{n}$ - целое число
- 3) $\frac{m+1}{n} + p$ - целое число

- А) $t^s = b + ax^n$
Б) $t^s = b + ax^{-n}$
В) $x = t^k$, k - общий знаменатель дробей n и m

Ответ: 1 - В; 2 - А; 3 - Б

33. Установите соответствие между интегралами с тригонометрическими подынтегральными выражениями и способами их решения

- 1) $\int \sin^4 x dx$
- 2) $\int \sin x \cos b x dx$
- 3) $\int t g^3 x dx$
- 4) $\int \frac{\cos x}{\sin x} dx$

- А) рекуррентная формула
- Б) подстановка $t = \sin x$
- В) формула понижения степени
- Г) формула перехода от произведения к сумме

Ответ: 1 - В; 2 - Г; 3 - А; 4 - Б

34. Вычислите площади криволинейных трапеций с заданными $y = f(x)$ и расставьте их в порядке возрастания:

- 1) $y = \sqrt{6x}, a = 0, b = 9$
- 2) $y = 9 - x^2, a = 0, b = 3$
- 3) $y = \frac{1}{2}x + 1, a = 2, b = 4$
- 4) $y = 2 - \sqrt{x}, a = 0, b = 1$

Ответ: 4321

35. Установите правильную последовательность действий при интегрировании дроби методом разложения на правильные рациональные дроби:

- 1) Привести дроби к общему знаменателю;
- 2) Разложить знаменатель на линейные и квадратичные множители;
- 3) Разложить правильную дробь на простейшие дроби;
- 4) Вычислить неопределённые коэффициенты;
- 5) Найти интегралы от простейших дробей.

Ответ: 23145

36. Приведите три метода нахождения коэффициентов в разложении правильной рациональной дроби на сумму элементарных дробей:

Ответ: метод неопределённых коэффициентов; метод вычёркивания; метод частных значений.

37. Дан несобственный интеграл $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = \lim_{a \rightarrow -\infty} \int_a^c f(x) dx + \lim_{b \rightarrow +\infty} \int_c^b f(x) dx$. В каком случае данный интеграл будет сходиться?

Ответ: Интеграл сходится, если оба несобственных интеграла в правой части равенства сходятся.

38. Укажите количество возможных случаев интегрирования биномиального дифференциала в элементарных функциях, а также кто именно доказал это:

Ответ: Интегрирование биномиального дифференциала возможно только в трёх случаях. Это доказал П.Л. Чебышев.

39. Закончите предложение:

«Длиной дуги АВ называется предел последовательности длин ломанных, вписанных в эту дугу, когда длина $\Delta t_k = t_k - t_{k-1}, k = \overline{1, n}$ каждого частичного отрезка $[t_{k-1}, t_k]$ стремится к _____»

Ответ: 0/нулю

40. Найдите решение определённого интеграла $\int_2^3 (2x - 3)^3 dx$ и запишите ответ

Ответ: 68

41. Найдите площадь фигуры, ограниченной параболой $y = 2x - x^2$ и прямой $y = -x$
Ответ: 4,5

42. Найдите объём тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной параболой $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$
Ответ: 0,942

43. Найдите решение интеграла $\int \frac{dx}{\sqrt{4x-3-x^2}}$:
Ответ: $\arcsin(x-2) + C$

44. Опишите последовательность действий необходимых для интегрирования квадратного трёхчлена вида $\int \frac{Mx+N}{ax^2+bx+c}$ в общем виде:

Ответ: 1. Вычислить производную от знаменателя; 2. Выделить полученный множитель в выражении числителя; 3. Выделить полный квадрат в квадратном трёхчлене.

45. Выберите правильную подстановку Эйлера для интеграла $\int \frac{dx}{x^2+4x-5}$, где квадратный трёхчлен имеет действительные корни и объясните свой выбор:

- 1) $t = \sqrt{ax^2 + bx + c} + x\sqrt{a}$
- 2) $t^s = b + ax^n$, при $\frac{m+1}{n} \in \mathbb{Z}$
- 3) $xt + \sqrt{c} = \sqrt{ax^2 + bx + c}$
- 4) $t^s = b + ax^{-n}$, при $\frac{m+1}{n} + p \in \mathbb{Z}$
- 5) $\sqrt{ax^2 + bx + c} = t(x-h)$, где h – один из корней
- 6) $x = t^k$, k – общий знаменатель дробей n и m

Ответ: 5; квадратный трёхчлен имеет действительные корни: 1, -5. Поэтому используется третья подстановка Эйлера

Критерии оценки знаний при проведении тестирования

Отметка «**отлично**» выставляется при условии правильного ответа не менее чем 85% тестовых заданий;

Отметка «**хорошо**» выставляется при условии правильного ответа не менее чем 70 % тестовых заданий;

Отметка «**удовлетворительно**» выставляется при условии правильного ответа не менее 50 %;

Отметка «**неудовлетворительно**» выставляется при условии правильного ответа менее чем на 50 % тестовых заданий.

Результаты текущего контроля используются при проведении промежуточной аттестации